

בוחן אמצע במודלים חישוביים 2014 סמסטר ב'

28/3/2014

מרצים: פרופ' ישי מנצור, דר' יפתח הייטנר

מתרגלים: מריאנו שיין, יובל מוסקוביץ', אורן זלצמן

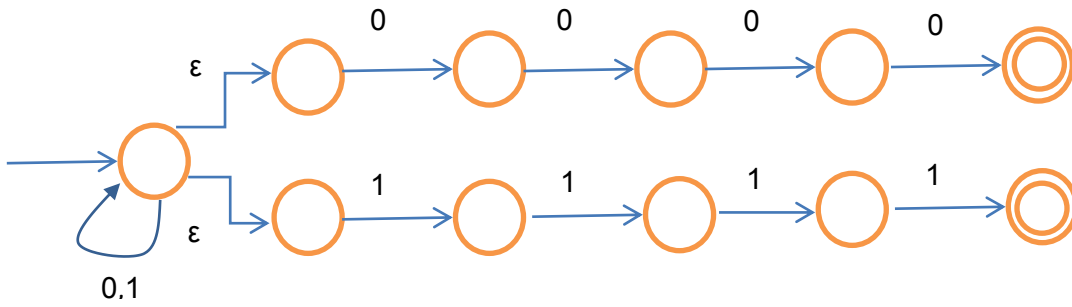
הנחיות

1. משך הבחינה: שעתיים.
2. בבחינה 6 שאלות.
3. ניקוד כל שאלה מופיע ליד מספר השאלה.
4. בכל מקום בו לא מצוין אחרת, הא"ב הוא $\{0,1\}$.
5. אין להשתמש בחומר עזר.
6. כתבו בקצרה!

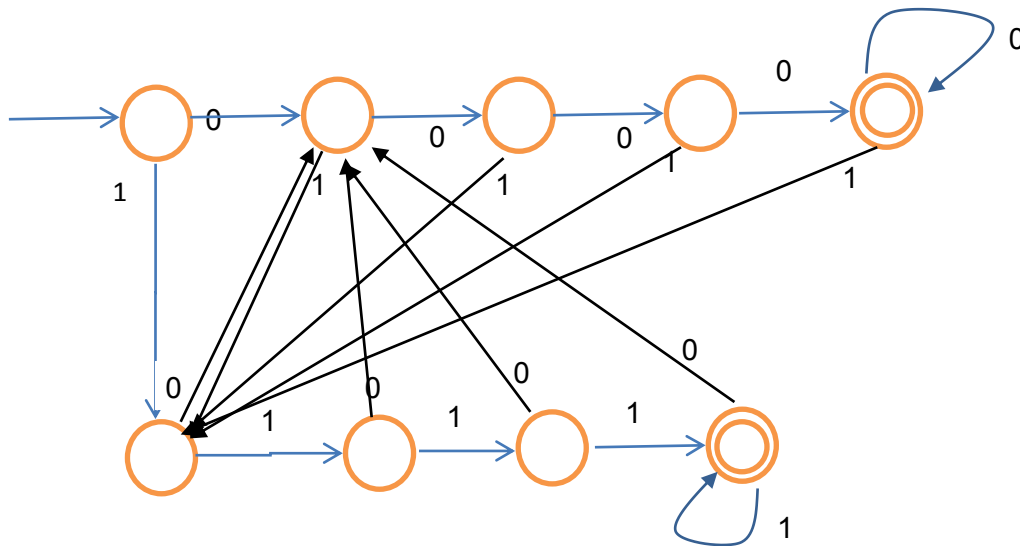
בהצלחה!

שאלה 1 (10 נקודות)

בנה DFA השקול (מקבל את אותה השפה) ל NFA הבא.

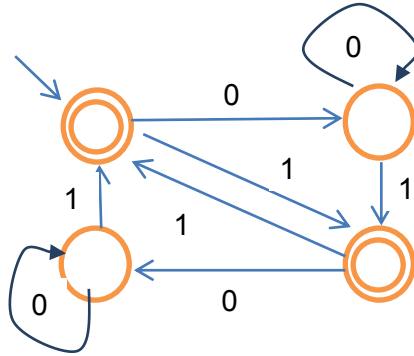


האוטומט הדטרמיניסטי:



שאלה 2 (20 נקודות)

יהי M ה DFA הבא:



א. תהי L השפה של M (השפה ש M מקבל). עבור כל אחד מזוגות המילים הבאות סמן האם שתי המילים הן באותה מחלקת שקילות של L.

(הקף בעיגול את התשובה)	שונה	זהה	מחלקת שקילות:	010	000
(הקף בעיגול את התשובה)	שונה	זהה	מחלקת שקילות:	101	001
(הקף בעיגול את התשובה)	שונה	זהה	מחלקת שקילות:	001	010
(הקף בעיגול את התשובה)	שונה	זהה	מחלקת שקילות:	000	101

2

ב. כמה מחלקות שקילות יש ל L ?

ג. עבור כל אחת ממחלקות השקילות של L, כתוב ביטוי רגולרי המתאר אותה (השפה שהביטוי מגדיר היא קבוצת כל המילים במחלקת השקילות).

$$R_1 = (0 \cup 1)^* 1 \cup \epsilon$$

$$R_2 = (0 \cup 1)^* 0$$

שאלה 3 (20 נקודות)

הוכח/י תוך שימוש בלמת הניפוח שהשפה הבאה **אינה** חסרת הקשר.

$$\{w \in \Sigma^* \mid \#_0(w) \cdot \#_1(w) = \#_2(w)\}$$

כאשר $\Sigma = \{0,1,2\}$ ו $\#_s(w)$ מסמן את מספר המופעים של הנו s במלה w .

עבור קבוע ניפוח אפשרי p ננפח את המילה $w = \underline{\quad} 0^{2p} 1^{2p} 2^{4p} \underline{\quad}$

עבור חלוקה של w בה מתקיים y ו- v מכילים גם '2' וגם '1', נניח 2^k , 1^j עבור $0 < j, k \leq p$ וגם $j, k \leq p$ (כי $|vxy| \leq p + j + k$)

נבחר ניפוח $i = \underline{\quad} 2 \underline{\quad}$ ונקבל מילה מהצורה שאינה בשפה היות ו

כדי שישמר השוויון בין מספר ה-2' למכפלת מספרי ה-0' וה-1' צריך שיתקיים $2p^*(2p+j) = 4p^2+k$ כלומר, $k=2jn$ אבל אז $k > p$

(אם צריך לטפל במקרים נוספים)

עבור חלוקה של w בה מתקיים vy אינו מכיל '2'

נבחר ניפוח $i = \underline{\quad} 0 \underline{\quad}$ ונקבל מילה מהצורה שאינה בשפה היות ו

כיוון שמספר ה-1' או מספר ה-0' ירד ולכן המכפלה שלהם לא שווה למספר ה-2' (שלא השתנה)

עבור חלוקה של w בה מתקיים vy מכיל רק '2'

נבחר ניפוח $i = \underline{\quad} 2 \underline{\quad}$ ונקבל מילה מהצורה שאינה בשפה היות ו

כיוון שמספר ה-2' עלה, מספר ה-1' וה-0' לא השתנה ולכן השוויון לא מתקיים

עבור חלוקה של w בה מתקיים

נבחר ניפוח $i = \underline{\quad}$ ונקבל מילה מהצורה שאינה בשפה היות ו

שאלה 4 (20 נקודות)

נתון דקדוק ח"ה מעל א"ב $\Sigma = \{0,1\}$ ע"י חוקי הגזירה הבאים:

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid \varepsilon$$

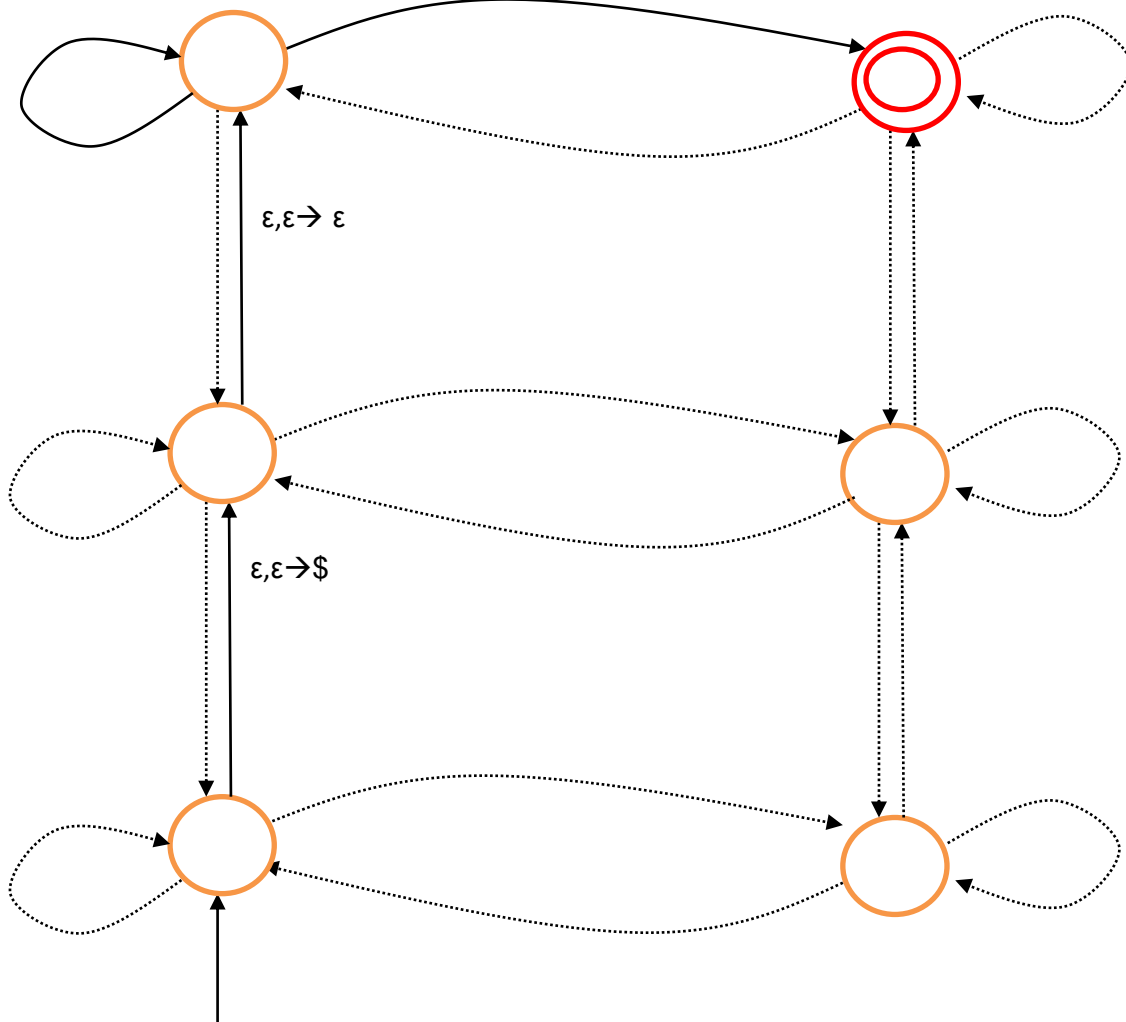
א. הגדר/י השפה הנגזרת ע"י הדקדוק (בצורה פשוטה ככל האפשר).

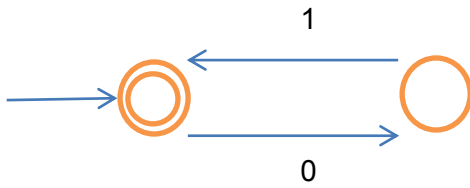
רמז: נגדיר עבורו $\bar{0} = 1, \bar{1} = 0$ ועבור מילה נגדיר בהתאם $\bar{w} = \bar{w}_1 \dots \bar{w}_n = \bar{w}_1 \dots \bar{w}_n$

$$L = \{w \bar{w}^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$$

ב. סמן באיור למטה מצבים מקבלים, ופקודות למעברים כך שיתקבל אוטומט מחסנית המקבל את השפה (אין צורך להשתמש בכל המצבים ולאוו המעברים)

$$\varepsilon, \$ \rightarrow \varepsilon$$





שאלה 5 (20 נקודות)

תהי L שפה של ה NFA הבא:

יהי h הומומורפיזם המוגדר ע"י $h(0) = 101$ ו- $h(1) = 01$

כתוב ביטויי רגולרי (קצר ככל האפשר) של השפות הבאות:

א. .

$$L = (01)^*$$

ב. .

$$h(L) = (10101)^*$$

ג. .

$$h^{-1}(L) = 1^*$$

בדיקה: שאלות א' וב' קבלו 7 נקודות כל אחת, ושאלה ג' 6 נקודות. תאור השפות שלא באמצעות ביטוי רגולרי, העניק כ 1/2 מהנקודות.

שאלה 6 (10 נקודות)

עבור שפות L_1 ו- L_2 נגדיר את השפה $F(L_1, L_2)$ ע"י: $F(L_1, L_2) = \{w \mid w \in L_1 \wedge w \notin L_2\}$

בהנתן ש L_1 רגולרית ו- L_2 חסרת הקשר, האם $F(L_1, L_2)$ היא בהכרח שפה חסרת הקשר?

כן / לא (וזקף בעיגול את התשובה הנכונה)

אם כן, בנה דקדוק ל- $F(L_1, L_2)$ בהינתן דקדוק G_1 לשפה L_1 ודקדוק G_2 לשפה L_2

אם לא, תן דוגמה נגדית.

$$L_1 = \Sigma^*$$

$$L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \neq w_2, |w_1| = |w_2|\} \cup \{\text{words of odd length}\}$$

$$F(L_1, L_2) = \overline{L_2} = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$$

טעות נפוצה: השפה $L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \neq w_2\}$ היא פשוט $\Sigma^* \setminus \epsilon$ ולכן רגולרית.

במקרה זה $F(L_1, L_2)$ היא רגולרית (ולכן גם ח"ה) ואינה מהווה דוגמה נגדית.