

פתרונות**מבחן מועד ב' במודלים חישוביים, סמסטר ב' 2008**

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: דר' מירי פרייזלר, ריקי רוזן
מתרגלים: יהונתן ברנט, ריקי רוזן

16/09/08

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – **שלוש שעות**. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד.
3. יש לענות על השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה) ועל השאלות הסגורות בטופס התשובות.
מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.
4. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
5. יש למלא בטופס התשובות שם, ומספר ת.ז.
6. במבחן 2 שאלות "פתוחות" ו-13 שאלות "סגורות".
א. בנוגע לשאלות הפתוחות:
- הניקוד לכל סעיף מופיע בתחילת הסעיף.
- יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
- יש לענות תשובות ברורות ותמציתיות. תשובות מסורבלות יגררו הורדת נקודות.
- לכל סעיף התשובה "**אינני יודעת/ת**" מזכה ב-20% ממשקל הסעיף. במקרה זה **אין להוסיף שום הסבר**, אינטואיציה ושאר הגיגים למיניהם.
ב. בנוגע לשאלות הסגורות:
- לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בדף התשובות המצורף.
- יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בדף התשובות המצורף.
- הניקוד לשאלות נכון/לא נכון הוא 2 נקודות לכל יתר השאלות 5 נקודות.
7. יש לדאוג שהבודקים יוכלו לקרוא את התשובות ללא שימוש במיקרוסקופ.
8. כל המספרים המופיעים בהגדרות הם מספרים שלמים, אי שליליים, ונתונים בייצוג בינארי, אלא אם כן נאמר במפורש אחרת.
9. בשאלות בהן יש לתאר מכונת טיורינג, ניתן להסתפק ב**תיאור מילולי משכנע** של אופן פעולת המכונה, ואין צורך להגדיר את פונקציית המעברים שלה, אלא אם הדבר התבקש במפורש.
10. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה באופן מדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מסמסטרים קודמים באוניברסיטת תל אביב, בבחינות בטכניון מ-1989 וכו') יש להוכיח.
11. בכל השאלות הניחו כי: $NP \neq P$ ו- $NP \neq coNP$, למעט אם נאמר אחרת.

מהצחה!

לשימוש משרדי	
בלבד	
1	א
1	ב
2	

חלק א'

שאלה 1 (25 נקודות)

הגדרה: תהי L שפה
 הוכח או הפרך: אם L כריעה אז בהכרח מתקיים: $\{ M \text{ מ"ט ומתקיים } L(M)=L \mid |M| \leq m \}$
 ($L \circ L$ היא L שמשורשרת לעצמה)

הוכחה או הפרכה:

- L כריעה לכן קיימת מ"ט M להכרעתה.
 נבנה את הרדוקציה הבאה: בהינתן w קלט לשפה $L \circ L$
 הרדוקציה:
1. בודקת האם $w \in L \circ L$ (ע"י מעבר לכל $i=0$ עד $|w|$ בדוק האם $w_1 w_2 \dots w_i \in L$ וכן האם $w_{i+1} w_2 \dots w_n \in L$ ע"י הרצתן ב M).
 2. אם כן החזר את M
 3. אחרת החזר את M' כך ש $L(M') \neq L(M)$
 או למשל את U_{TM} (מ"ט אוניברסאלית שכמובן מקבלת שפה שאינה כריעה)
- ברור שהרדוקציה כריעה ויש להוכיח נכונות.

מס' מחברת: _____

מס' ת.ז.: _____

שאלה 2 (25 נקודות)

נזכר ב 2-SAT שפת הנוסחאות הספיקות אשר בצורת 2CNF כלומר נוסחה ספיקה ובכל פסוקית שני ליטרלים בלבד, בין הפסוקיות \wedge ובתוך פסוקית \vee .

דוגמא לנוסחה כזו: $(x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee x_4)$ נגדיר את השפה הבאה:

$\text{Special-2SAT} = \{ \phi, k \}$

ϕ נוסחת 2CNF כך שאין משתנה בצורת השלילה (כל המשתנים מופיעים כ x_i ולא כ $\neg x_i$) ויש ל- ϕ השמה מספקת שבה k משתנים לכל היותר הם T והיתר F

האם Special-2SAT ב-P או NPC הוכיחו תשובתכם.

הוכחה:

.NPC

NP – יש להראות שניתן לוודא שיש ל- ϕ השמה מספקת שבה k משתנים לכל היותר הם T והיתר F.

קושי ל NP: רדוקציה מ VC. בהינתן גרף G ופרמטר k , נבנה את הנוסחה ϕ באופן הבא

$(\phi, k) \in \text{Special-2SAT} \Leftrightarrow (G, k) \in \text{VC}$. יש להוכיח כי מתקיים $\phi = \bigwedge_{(u,v) \in E} (u \vee v)$

מס' מחברת: _____

מס' ת.ז.: _____

חלק ב'

1. נגדיר את בעיית

Heavy-TSP = {G, W, t |

G הוא גרף שלם ו W היא פונקציית משקולות לקשתות וקיים מעגל המילטון במשקל $t <$
 המחלקה הקטנה ביותר ביחס להכלה אליה Heavy-TSP שייכת היא:

א. NPC

ב. coNPC

ג. coNP-Hard אך לא ב - coNP

ד. NP-Hard אך לא ב - NP

2. עבור סדרה אינסופית של שפות רגולריות L_1, L_2, L_3, \dots , השפה $\cup_{i=1}^{\infty} L_i$ היא:

א. בהכרח רגולרית

ב. לא בהכרח רגולרית אך בהכרח כריעה

ג. לא בהכרח כריעה אך בהכרח מזוהה

ד. לא בהכרח מזוהה

3. קלט: $\langle M, w \rangle$

שאלה: האם מכונת הטיורינג M בריצתה על קלט $\langle w \rangle$ סורקת תא כלשהו יותר מפעם אחת.
 המחלקה הקטנה ביותר ביחס להכלה אליה הבעיה שייכת:

א. P

ב. R

ג. RE

ד. coRE

4. הטענה: לכל $L_1, L_2 \in P$ מתקיים $L_1 \leq_p L_2$ היאא. נכונה רק אם $L_1 \neq \emptyset, \Sigma^*$ ב. נכונה רק אם $L_2 \neq \emptyset, \Sigma^*$ ג. נכונה רק אם $L_1, L_2 \neq \emptyset, \Sigma^*$

ד. נכונה תמיד.

בשאלות 5-7 נתייחס לרדוקציות שנגדיר:

רדוקציה r: נאמר ש $A \leq_r B$ אם קיימת פונקציה f, החשיבה ע"י מכונת טיורינג בעלת סרט אחד שרצה רק ימינה על הסרט ומתקיים $x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$

מה מהבאים מתקיים:

5. אם $A \leq_r B$ אז אם B רגולרית אז A רגולרית

א. נכון

ב. לא נכון

6. אם $A \leq_r B$ אז אם A רגולרית אז B רגולרית

א. נכון

ב. לא נכון

מס' מחברת: _____

מס' ת.ז.: _____

7. אם $A \leq_f B$ אז אם A רגולרית אז B כריעה

א. נכון ב. לא נכון

8. נתבונן בשפה: $L = \{ \langle M \rangle \mid L(M) \leq_p \text{SAT} \}$ אזי המחלקה הקטנה ביותר ביחס להכלה אליה L שייכת היא:

א. NP

ב. R

ג. RE

ד. RE^c (מחלקת השפות שאינן ב RE)9. השפה $L = \{ a^n b^m \mid n \neq m \}$ אינה רגולרית שכן:

א. ניתן להראות שיש אינסוף מחלקות שקילות אך לא ניתן להפעיל את למת הניפוח ישירות על L.

ב. ניתן להראות ע"י למת הניפוח לכל n טבעי על המילה $a^n b^{n^2+n}$ ג. ניתן להראות ע"י למת הניפוח לכל n טבעי על המילה $a^n b^{n^2+n}$

ד. יש יותר ממשובה אחת נכונה

10. השפה $\{ M^* \mid M \text{ הוא NFA וקיימת } w \text{ כך ש } w \in L(M) \text{ וכן } w \in L(N) \}$ אזי המחלקה הקטנה ביותר ביחס להכלה אליה L שייכת:

א. EXP

ב. R

ג. RE

ד. L לא מזוהה

11. נגדיר לכל קבוצה $A: A^c = \{ x \mid x \notin A \}$ מהי עוצמת הקבוצה $|\text{RE}^c \text{coRE}|$?

א. 0

ב. \aleph_0

ג. א

ד. לא ידוע

בשאלות 12, 13 נתונות שלוש שפות L_1, L_2, L_3 וידוע ש $L_1 \cap L_2 = L_3$. סמנו נכון/לא נכון12. אם L_3 אינה ח"ה אז לא יתכן שגם L_1 וגם L_2 ח"ה

א. נכון ב. לא נכון

13. אם L_1 ו- L_3 ח"ה אז בהכרח L_2 ח"ה

א. נכון ב. לא נכון